

Un enfoque de descomposición para optimizar los flujos directos e inversos en las cadenas de suministro

Salomé Rodríguez¹, Luis Zeballos¹ and Rodolfo Dondo¹

¹Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química,
INTEC (UNL - Conicet), Güemes 3450, (3000) Santa Fe, Argentina
sarodriguez@santafe-conicet.gov.ar
zeballos@intec.unl.edu.ar
rdondo@santafe-conicet.gov.ar

Resumen. En la optimización de cadenas de suministro sostenibles es crucial considerar el flujo de materias primas hacia las plantas y el flujo directo e inverso de productos y materiales reciclables. Este estudio aborda la planificación óptima de los flujos de materias primas, productos y reciclables en cadenas de suministro lineales considerando decisiones relacionadas con la adquisición, almacenamiento, producción y distribución de los mismos. El aporte de este trabajo abarca aspectos de modelado y resolución. Se presenta primeramente la formulación lineal entera mixta del problema (MILP) y luego se describe un algoritmo de solución de dos etapas, en el que, primeramente, se generan conjuntos de rutas de recolección de materias primas y de entrega de producto y recupero de reciclables mediante el método de generación de columnas para alimentar rutas de alta calidad a la formulación del problema. El enfoque de optimización cubre todas las etapas de la cadena de suministro, desde la adquisición de materia prima hasta la recolección de material reciclado, proporcionando una valiosa herramienta computacional para analizar y evaluar diferentes escenarios. La función objetivo del problema es la maximización del beneficio de la empresa que fabrica y distribuye los productos integrando la recogida de material reciclado. El procedimiento se codificó y resolvió utilizando GAMS para diferentes escenarios. Finalmente, se presenta y resuelve un caso de estudio.

Palabras clave: Optimización de Modelos Matemáticos, Cadena de Suministro de Circuito Cerrado, Diseño y Planificación.

1 Introducción

Las cadenas de suministro son cada vez más complejas y en numerosas actividades productivas existen fluctuaciones en la tasa de producción por razones estacionales. La complejidad de la planificación conjunta de las operaciones de producción, inventario, distribución y reciclado, así como la falta de información compartida entre las partes interesadas han llevado a abordar y optimizar estas operaciones de manera separada. En las últimas décadas se ha presentado la necesidad de recuperar elementos reciclables por razones económicas, medioambientales y regulatorias. Las empresas han realizado,

por un lado, esfuerzos para integrar la planificación de la adquisición e inventariado de materias primas en su cadena de suministro (Cóccola et al., 2022) y, por otro lado, se han esmerado para integrar el concepto de logística inversa en sistemas de toma de decisiones (Chekoubi et al., 2022). Esto se debe a la creciente preocupación por el impacto industrial en el medio ambiente, las regulaciones de protección del mismo y el incentivo a la reutilización y eliminación de residuos. La integración del triplete recolección-producción-distribución en un contexto de la logística inversa puede generar beneficios económicos (mediante la reducción de costos operativos) y beneficios ambientales (por reducción de emisiones de carbono). La integración de decisiones de recolección, producción, inventario, distribución y reciclado en un solo problema es relevante para la producción y comercialización de bienes de tipo perecedero o con vidas útiles breves. La Fig. 1 muestra un ejemplo típico de una cadena de suministro industrial a lazo cerrado (CLSC).

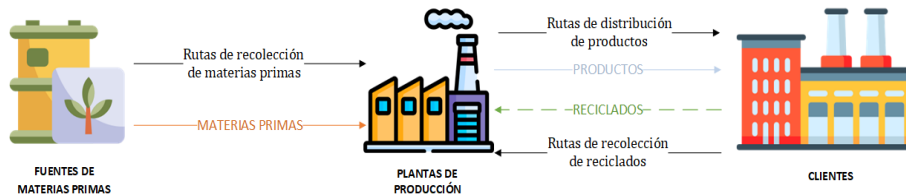


Fig. 1. Ilustración de una cadena de suministro a lazo cerrado.

El concepto CLSC ha creado desafíos a la comunidad de investigación operativa respecto del desarrollo de problemas de diseño de redes logísticas y de optimización del flujo de materiales en las mismas. Este estudio desarrolla un modelo matemático para optimizar los flujos e inventarios de materias primas productos y reciclables en una CLSC de topología dada. La función objetivo apunta a establecer los flujos que maximicen, en un período de planeamiento dado, las ganancias de la empresa. En consecuencia, se propuso un algoritmo de dos etapas. En una primera fase, se generan rutas candidatas que conectan los distintos nodos de la CLSC mediante un procedimiento de generación de columnas (GC) mientras que, en la segunda, se seleccionan las rutas apropiadas, se determina la cantidad y tipo de materiales a transportar en cada una de ellas, así como el número de vehículos que se asignan a las mismas y se computan los perfiles de inventario de cada tipo de material en el horizonte de planeamiento.

2 Formulación del problema

La cadena de suministro está formada por la unión de los conjuntos de materias primas I^M , de plantas I^F , y de clientes I^C de forma tal que $I = \{I^M \cup I^F \cup I^C\}$. Cada cliente $i \in I^C$ está caracterizado por una demanda d_{itk} del producto $k \in K$ y por un suministro R_{itl} del reciclable $l \in L$ durante cada período $t \in T$ del horizonte de planificación T . Cada fuente de materias primas $i \in I^M$ está caracterizada por un suministro de materias primas E_{itm} . Cada planta I^F produce una cantidad P_{itk} a priori desconocida del producto $k \in K$ durante el período $t \in T$ y cada unidad de producto $k \in K$ se fabrica consumiendo una cantidad conocida r_{mk} de materia prima $m \in M$. Por otra parte, el reciclado de una unidad del reciclable $l \in L$ permite obtener r_{ml} unidades de

materia prima $m \in M$. Una flota homogénea de vehículos de capacidad q^M se utiliza para recolectar materias primas $m \in M$ desde sus fuentes y otra flota homogénea de vehículos con capacidad q^K se utiliza para entregar productos $k \in K$ en clientes y recolectar reciclables $l \in L$ de ellos. Las rutas de recolección de materia prima $r \in R^+$ y las de entrega de productos y recupero de reciclables $r \in R^-$ se consideran factibles cuando la capacidad del vehículo no es excedida. Tanto las plantas $i \in I^F$ como los clientes $i \in I^C$ poseen dispositivos de almacenamiento de materias primas, productos y reciclables con capacidades definidas por los intervalos $[i_{im}^{min}, i_{im}^{max}]$, $[i_{ik}^{min}, i_{ik}^{max}]$ y $[i_{il}^{min}, i_{il}^{max}]$ respectivamente. Los inventarios iniciales de materias primas, productos y reciclables en dichos nodos $i \in I^F \cup I^C$ están definidos por los parámetros i_{im}^0 , i_{ik}^0 y i_{il}^0 , respectivamente. La compra de una dada cantidad de materias primas implica el pago de un costo fijo c_{im}^{stp} más una cantidad proporcional a la cantidad adquirida. El costo de adquisición de una unidad de materia prima $m \in M$ en la fuente $i \in I^F$ está dado por el coeficiente c_{im}^{pr} . La producción de una dada cantidad de producto $k \in K$ en la planta $i \in I^F$ implica un costo de setup c_{ik}^{stp} mientras que el costo variable asociado a la producción de una unidad de $k \in K$ viene dado por c_{ik}^{pr} . La máxima capacidad de producción del producto k por la planta i está definida por el parámetro p_{ik}^{max} mientras que, si se habilita la fabricación de dicho producto, p_{ik}^{min} define la mínima cantidad a producir. El recupero de una unidad de reciclable $l \in K$ en el cliente $i \in I^C$ implica un costo c_{il}^{pr} . Los costos de inventario asociados a las cantidades acumuladas I_{itm} , I_{itk} e I_{itl} se computan como el producto de las mismas por los costos unitarios de inventario c_{im}^{inv} , c_{ik}^{inv} e c_{il}^{inv} respectivamente. La solución al problema debe determinar: (1) La cantidad de materias primas $m \in M$ a adquirir/extraer de cada fuente $i \in I^M$ durante cada período de tiempo $t \in T$; (2) La cantidad de cada producto $k \in K$ a fabricar en cada planta $i \in I^F$ durante cada período de tiempo $t \in T$; (3) La cantidad de reciclables $l \in L$ a reprocesar en cada planta $i \in I^F$ en cada período $t \in T$; (4) La cantidad de productos $k \in K$ a descargar y de reciclables $l \in L$ a recuperar de cada cliente en cada período de tiempo $t \in T$; (5) Las rutas de recolección de materias primas $r \in R^+$ y las cantidades transportadas en las mismas; (6) Las rutas $r \in R^-$ de entrega de productos y recupero de reciclables así como las cantidades de productos y reciclables a transportar en ellas. El objetivo es la maximización de la ganancia de la compañía que opera a la cadena de suministro de tal forma que los inventarios de cada materia prima, producto y reciclable en cada nodo de la cadena de suministro se mantengan dentro del intervalo compatible con las instalaciones de almacenamiento de cada uno de los nodos $i \in I$. La ganancia se define como la diferencia entre los ingresos por la venta de productos TI y la suma de costos operacionales. Los mismos se definen como la suma de los costos de adquisición de materias primas EC , de producción PC , de recupero de reciclables RCR , de inventario IC , y de ruteo ($RC^+ + RC^-$).

3 Modelo matemático

Conjuntos

I	Nodos de la cadena de suministro
I^M	Fuentes de materias primas

I^F	Plantas
I^C	Clientes o minoristas
K	Productos
M	Materias primas
L	Reciclables
R^+	Rutas de recolección de materias primas
R^-	Rutas de entrega de productos y recupero de reciclables
T	Períodos de tiempo del horizonte de planificación

Parámetros

a_{ir}	Parámetro binario que indica la visita de la ruta r al nodo i
c_{im}^{pr}	Costo de adquisición de una unidad de materia prima m en la fuente i
c_{ik}^{pr}	Costo variable de producción de una unidad de producto k en la planta i
c_{il}^{pr}	Costo variable de reciclado de una unidad de reciclable l en la planta i
c_{ik}^{inv}	Costo de inventario de una unidad de producto k en el nodo i
c_{im}^{inv}	Costo de inventario de una unidad de materia prima m en el nodo i
c_{il}^{inv}	Costo de inventario de una unidad de reciclable l en el nodo i
c_{ik}^{stp}	Costo de setup para habilitar la fabricación del producto k en la planta i
c_{im}^{stp}	Costo de setup para habilitar la extracción de materia prima m en la planta i
c_{il}^{stp}	Costo de setup para habilitar la conversión de reciclable l en la planta i
c_r	Costo de la ruta r
d_{itk}	Demanda del producto k requerida por el cliente i en el período t
O_{itl}	Cantidad del reciclable l ofrecida por el cliente i en el período t
e_{im}^{min}	Cantidad mínima de materia prima m que se puede extraer/adquirir en la fuente i
e_{im}^{max}	Cantidad máxima de materia prima m que se puede extraer/adquirir en la fuente i
i_{ik}^0	Stock inicial de producto k en la planta i o el cliente i
i_{im}^0	Stock inicial de materia prima m en la planta i
i_{il}^0	Stock inicial de reciclable l en la planta i o el cliente i
i_{ik}^{min}	Capacidad mínima de almacenamiento de producto k en el nodo i
i_{ik}^{max}	Capacidad máxima de almacenamiento de producto k en el nodo i
i_{im}^{min}	Capacidad mínima de almacenamiento de materia prima m en el nodo i
i_{im}^{max}	Capacidad máxima de almacenamiento de materia prima m en el nodo i
i_{il}^{min}	Capacidad mínima de almacenamiento de reciclable l en el nodo i
i_{il}^{max}	Capacidad máxima de almacenamiento de reciclable l en el nodo i
p_k	Precio de venta de cada producto k
p_{ik}^{min}	Capacidad mínima de producción de producto k en la planta i
p_{ik}^{max}	Capacidad máxima de producción de producto k en la planta i
q^M	Capacidad de los vehículos utilizados para la recolección de materias primas
q^K	Capacidad de los vehículos utilizados para distribuir productos y recolectar reciclables
r_{mk}	Cantidad de materia prima m utilizada para producir una unidad de producto k
r_{ml}	Cantidad de materias prima m obtenidas al reciclar una unidad de reciclable l
r_{il}^{min}	Capacidad mínima de producción con reciclado l en la planta i
r_{il}^{max}	Capacidad máxima de producción con reciclado l en la planta i

Variabes binarias

Y_{itk}	Si $Y_{itk} = 1$, indica que se permite la producción del producto k en la planta i durante el período t
Y'_{itm}	Si $Y'_{itm} = 1$, permite la extracción/adquisición de la materia prima m en la fuente i en el período t
Y''_{itl}	Si $Y''_{itl} = 1$, indica que se permite la recuperación del reciclado l en la planta i en el período t

Variabes enteras

X_{rt}^+	Determina el número de vehículos asignados a la ruta de recogida de materias primas r en el período t
X_{rt}^-	Determina el número de vehículos asignados a la ruta de entrega de productos y recolección de reciclados r durante el período t

Variabes continuas

A_{ikrt}	Cantidad de producto k que se carga/descarga en la planta o cliente i trasladado por la ruta r en el período t
A_{imrt}	Cantidad de materia prima m que se carga/descarga en la fuente o planta i trasladado por la ruta r en el período t
A_{ilrt}	Cantidad de reciclable l que se carga/descarga en la planta/cliente i trasladado por la ruta r en el período t
EC	Costo total de extracción/adquisición de materias primas
E_{itm}	Cantidad de materia prima m extraída/adquirida en la fuente i en el período t
IC	Costo total de inventario
I_{itk}	Inventario del producto k en planta/cliente i en el período t
I_{itm}	Inventario de materia prima m en la planta i en el período t
I_{itl}	Inventario de reciclable l en planta/cliente i en el período t
PC	Costo total de producción
P_{itk}	Cantidad de producto k fabricado en la planta i en el período t
R_{itl}	Cantidad de reciclable l recuperado en la planta i en el período t
RCR	Costo total de reprocesamiento de reciclables
TI	Ingresos totales
RC^+	Costos de recolección de materias primas
RC^-	Costos de entrega de productos y recolección de reciclables

Función objetivo

$$\text{Maximizar } TI - (EC + PC + RCR + IC + RC^+ + RC^-) \quad (1)$$

La función objetivo dada por la ecuación (1) tiene como objetivo maximizar el beneficio de la empresa a lo largo de todo el horizonte de planificación. El mismo se define como la diferencia entre el ingreso total por ventas (TI) menos el costo operativo total, que está formado por la suma de los costos de extracción (EC), costos de producción (PC), costos de reprocesamiento de reciclables (RCR), costos de inventario (IC), de recolección de materias primas (RC^+), y costos de entrega de productos y recolección de reciclables (RC^-).

Restricciones

Definición de ingresos y costos

Los ingresos totales (ecuación (2)) se calculan como la suma de los ingresos obtenidos por la venta de todos los productos. El parámetro p_k representa el precio de venta por unidad de producto $k \in K$.

$$TI = \sum_{i \in I^C} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R^+} \sum_{t \in T} p_k \Lambda_{ikrt} \quad (2)$$

Los costos relacionados con la extracción o compra de materias primas se calculan mediante la ecuación (3) como la suma de los costos fijos c_{im}^{stp} y los costos variables c_{im}^{pr} proporcionales a la cantidad de materias primas requeridas en cada período $t \in T$. La decisión de adquirir materia prima m durante el período t de la fuente i se representa mediante la variable binaria Y'_{itm} , mientras que la variable continua E_{itm} determina la cantidad de materia prima m obtenida de la fuente i durante el período t .

$$EC = \sum_{i \in I^M} \sum_{t \in T} \sum_{m \in M} (c_{im}^{stp} Y'_{itm} + c_{im}^{pr} E_{itm}) \quad (3)$$

Para calcular el costo de producción, la ecuación (4) considera tanto los costos fijos de setup c_{ik}^{stp} necesarios para permitir la fabricación del producto $k \in K$ en la planta $i \in I^F$ como los costos variables c_{ik}^{pr} de producir una unidad de k multiplicados por la cantidad producida P_{itk} . Aquí, Y_{itk} es una variable binaria que toma valor 1 si la producción de k se realiza durante el período t .

$$PC = \sum_{i \in I^F} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} (c_{ik}^{stp} Y_{itk} + c_{ik}^{pr} P_{itk}) \quad (4)$$

Los costos de reprocesamiento de reciclables se calculan mediante la ecuación (5) como la suma de los costos fijos c_{il}^{stp} y los costos variables c_{il}^{pr} proporcionales a la cantidad de reciclables reconvertidos en materia prima en cada período t . La decisión de reprocesar al reciclable l durante el período t en la planta i se representa mediante la variable binaria Y''_{itl} , mientras que la variable continua R_{itl} determina la cantidad de reciclables reprocesados.

$$RCR = \sum_{i \in I^R} \sum_{t \in T} \sum_{l \in L} (c_{il}^{stp} Y''_{itl} + c_{il}^{pr} R_{itl}) \quad (5)$$

Los costos de inventario IC se computan mediante la ecuación (6) en la que los parámetros c_{im}^{inv} , c_{ik}^{inv} and c_{il}^{inv} son respectivamente los costos asociados al almacenamiento de una unidad de materia prima m , producto k o reciclable l en el sitio i , respectivamente. Las variables continuas I_{itk} , I_{itm} y I_{itl} indican la cantidad almacenada de productos, materias primas y reciclables durante el período t en el sitio i .

$$\begin{aligned}
 IC = & \sum_{i \in I^C \cup I \in I^F} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} c_{ik}^{inv} I_{itk} + \sum_{i \in I^C \cup I \in I^F} \sum_{t \in T} \sum_{l \in L} c_{il}^{inv} I_{itl} \\
 & + \sum_{i \in I^F} \sum_{t \in T} \sum_{m \in M} c_{im}^{inv} I_{itm}
 \end{aligned} \quad (6)$$

El costo operativo relacionado con la recolección de materias primas, RC^+ , viene dado por la suma de los costos c_r de las rutas $r \in R^+$ utilizadas en cada período del horizonte de planificación. En la ecuación (7), X_{rt}^+ es una variable entera que indica el número de veces que se utiliza la ruta de recogida $r \in R^+$ durante el período $t \in T$.

$$RC^+ = \sum_{r \in R^+} \sum_{t \in T} c_r X_{rt}^+ \quad (7)$$

De manera similar, el costo operativo relacionado a la entrega de productos y recupero de reciclables se calcula considerando el número de veces que se utiliza una ruta $r \in R^-$ de entrega y recupero durante cada período de tiempo $t \in T$ del horizonte de planificación.

$$RC^- = \sum_{r \in R^-} \sum_{t \in T} c_r X_{rt}^- \quad (8)$$

Restricciones de inventarios

Las ecuaciones (9) y (10) indican los inventarios de los productos $k \in K$ al final de cada período $t \in T$ en clientes y plantas. Las variables no-negativas Λ_{ikrt} se utilizan para determinar la cantidad de producto k recogido/entregado desde/en la planta o el destino i por medio de la ruta $r \in R^-$ en el período t .

$$I_{itk} = i_{ik}^0 - \sum_{t' \in T: t' \leq t} d_{itk} + \sum_{r \in R^-} \sum_{t' \in T: t' \leq t} \Lambda_{ikrt} \quad \forall i \in I^C, t \in T, k \in K \quad (9)$$

$$I_{itk} = i_{ik}^0 + \sum_{t' \in T: t' \leq t} P_{itk} - \sum_{r \in R^-} \sum_{t' \in T: t' \leq t} \Lambda_{ikrt} \quad \forall i \in I^F, t \in T, k \in K \quad (10)$$

El stock de materia prima $m \in M$ al final del período $t \in T$ en cada planta $i \in I^F$ se computa mediante la ecuación (11). El coeficiente r_{mk} indica el consumo de material m necesario para producir una unidad del producto k mientras que el coeficiente r_{lm} denota la cantidad de materia prima m generada a partir del reprocesamiento de una unidad de reciclable l . La variable continua-positiva Λ_{imrt} representa la cantidad de material m trasladado a la planta i mediante la ruta $r \in R^+$ en el período t .

$$\begin{aligned}
 I_{itm} = & i_{im}^0 - \sum_{t' \in T: t' \leq t} \sum_{k \in K} r_{mk} P_{itk} + \sum_{t' \in T: t' \leq t} \sum_{l \in L} r_{lm} R_{itl} + \sum_{t' \in T: t' \leq t} \sum_{r \in R^+} \Lambda_{imrt} \\
 & \forall i \in I^F, t \in T, m \in M
 \end{aligned} \quad (11)$$

El inventario de cada tipo de reciclable $l \in L$ al final del período $t \in T$ en cada planta $i \in I^F$ se computa mediante la ecuación (12). El primer término del lado derecho de la

igualdad representa el stock inicial del reciclable, el segundo término indica la cantidad reconvertida en materia prima para utilizar posteriormente en la fabricación de productos y el último término es la cantidad de reciclable l trasladado a la planta i desde los clientes i mediante la ruta $r \in R^-$ en el período t .

$$I_{itl} = i_{il}^0 - \sum_{t' \in T: t' \leq t} \sum_{l \in L} R_{itl} + \sum_{t' \in T: t' \leq t} \sum_{r \in R^-} A_{ilrt} \quad \forall i \in I^F, t \in T, l \in L \quad (12)$$

De manera similar, el inventario de cada tipo de reciclable $l \in L$ al final del período $t \in T$ en cada cliente $i \in I^C$ se calcula a través de la ecuación (13). El primer término del lado derecho de la igualdad representa el stock inicial del reciclable, el segundo término indica la cantidad ofrecida de reciclados por los clientes y el último término es la cantidad de reciclable l trasladado a la planta i desde los clientes i mediante la ruta $r \in R^-$ en el período t .

$$I_{itl} = i_{il}^0 + \sum_{t' \in T: t' \leq t} \sum_{l \in L} O_{itl} - \sum_{t' \in T: t' \leq t} \sum_{r \in R^-} A_{ilrt} \quad \forall i \in I^C, t \in T, l \in L \quad (13)$$

Las ecuaciones (14) a (16) imponen las cotas superiores e inferiores a las cantidades inventariadas de productos, materias primas y reciclables en los nodos de la cadena de suministro.

$$i_{ik}^{min} \leq I_{itk} \leq i_{ik}^{max} \quad \forall i \in (I^F \cup I^C), t \in T, k \in K \quad (14)$$

$$i_{im}^{min} \leq I_{itm} \leq i_{im}^{max} \quad \forall i \in I^F, t \in T, m \in M \quad (15)$$

$$i_{il}^{min} \leq I_{itl} \leq i_{il}^{max} \quad \forall i \in (I^F \cup I^C), t \in T, l \in L \quad (16)$$

Restricciones en las capacidades de producción, extracción y reciclado

Las ecuaciones (17) a (19) imponen las cotas superiores e inferiores a las variables P_{itk} , E_{itm} y R_{itl} respectivamente. Estas restricciones se activan cuando las correspondientes variables binarias de producción (Y_{itk}), extracción (Y'_{itm}) y reprocesamiento (Y''_{itl}) toman el valor uno.

$$p_{ik}^{min} Y_{itk} \leq P_{itk} \leq p_{ik}^{max} Y_{itk} \quad \forall i \in I^F, t \in T, k \in K \quad (17)$$

$$e_{im}^{min} Y'_{itm} \leq E_{itm} \leq e_{im}^{max} Y'_{itm} \quad \forall i \in I^M, t \in T, m \in M \quad (18)$$

$$r_{il}^{min} Y''_{itl} \leq R_{itl} \leq r_{il}^{max} Y''_{itl} \quad \forall i \in I^F, t \in T, l \in L \quad (19)$$

Restricciones de balances y de flujo:

Las variables enteras X_{rt}^+ y X_{rt}^- determinan los números de vehículos que se asignan a las rutas $r \in R^+$ y $r \in R^-$ en cada período t . Dadas las capacidades, q^M de vehículos de recolección de materias primas y q^K de los vehículos de entrega de productos y recolección de reciclables; las ecuaciones (20), (21), (22) y (23) limitan la cantidad de bienes que pueden ser transportados en cada período t .

$$\sum_{i \in I^M} \sum_{m \in M} \Lambda_{imrt} \leq q^M X_{rt}^+ \quad \forall r \in R^+, t \in T \quad (20)$$

$$\sum_{i \in I^F} \sum_{m \in M} \Lambda_{imrt} \leq q^M X_{rt}^+ \quad \forall r \in R^+, t \in T \quad (21)$$

$$\sum_{i \in I^C} \sum_{k \in K} \Lambda_{ikrt} + \sum_{i \in I^C} \sum_{l \in L} \Lambda_{ilrt} \leq q^K X_{rt}^- \quad \forall r \in R^-, t \in T \quad (22)$$

$$\sum_{i \in I^F} \sum_{k \in K} \Lambda_{ikrt} + \sum_{i \in I^F} \sum_{l \in L} \Lambda_{ilrt} \leq q^K X_{rt}^- \quad \forall r \in R^-, t \in T \quad (23)$$

Se asume que los viajes comienzan y terminan en la planta a la que han sido asignados. Mientras que un viaje de recolección puede visitar a varias fuentes para cargar materias primas, un viaje de distribución visita a varios clientes para entregar productos y recuperar reciclables. Las ecuaciones (24) a (26) son ecuaciones de balance que indican que las cantidades que han sido cargadas y descargadas de materias primas, productos y reciclables deben conservarse. En estas ecuaciones, el parámetro binario $a_{ir} = 1$ indica que el nodo i ha sido visitado por la ruta r .

$$\sum_{i \in I^M} \Lambda_{imrt} = \sum_{i \in I^F} \Lambda_{imrt} \quad \forall m \in M, r \in R^+, t \in T: a_{ir} = 1 \quad (24)$$

$$\sum_{i \in I^C} \Lambda_{ikrt} = \sum_{i \in I^F} \Lambda_{ikrt} \quad \forall k \in K, r \in R^-, t \in T: a_{ir} = 1 \quad (25)$$

$$\sum_{i \in I^C} \Lambda_{ilrt} = \sum_{i \in I^F} \Lambda_{ilrt} \quad \forall l \in L, r \in R^-, t \in T: a_{ir} = 1 \quad (26)$$

Si los nodos i no son visitados por la ruta r ($a_{ir} = 0$), las ecuaciones (27) a (29) implican que las variables Λ_{imrt} , Λ_{ikrt} y Λ_{ilrt} deberán ser necesariamente nulas.

$$\Lambda_{ikrt} = 0 \quad \forall i \in (I^F \cup I^C), k \in K, r \in R^-, t \in T: a_{ir} = 0 \quad (27)$$

$$\Lambda_{imrt} = 0 \quad \forall i \in (I^F \cup I^M), m \in M, r \in R^+, t \in T: a_{ir} = 0 \quad (28)$$

$$\Lambda_{ilrt} = 0 \quad \forall i \in (I^F \cup I^C), l \in L, r \in R^-, t \in T: a_{ir} = 0 \quad (29)$$

Las ecuaciones (30) y (31) son restricciones de equilibrio de productos que obligan a que el inventario agregado de cualquier producto k al final del horizonte de planificación sea igual al valor del inventario agregado inicial. Estas restricciones evitan la sobreventa de productos a los clientes. Las mismas restricciones de equilibrio se imponen para el inventario de materias primas y reciclables almacenados en las plantas mediante las ecuaciones (32), (33) y (34).

$$\sum_{i \in I^C} i_{ik}^0 = \sum_{i \in I^C} I_{itk} \quad \forall k \in K, t \in T: t = |T| \quad (30)$$

$$\sum_{i \in I^F} i_{ik}^0 = \sum_{i \in I^F} I_{itk} \quad \forall k \in K, t \in T: t = |T| \quad (31)$$

$$\sum_{i \in I^F} i_{im}^0 = \sum_{i \in I^F} I_{itm} \quad \forall m \in M, t \in T: t = |T| \quad (32)$$

$$\sum_{i \in I^F} i_{il}^0 = \sum_{i \in I^F} I_{itl} \quad \forall l \in L, t \in T: t = |T| \quad (33)$$

$$\sum_{i \in I^C} i_{il}^0 = \sum_{i \in I^C} I_{itl} \quad \forall l \in L, t \in T: t = |T| \quad (34)$$

Finalmente, la ecuación (35) impone la restricción de que la cantidad total de cada materia prima transportada desde una fuente no puede exceder a la cantidad de la misma extraída de dicha fuente.

$$\sum_{r \in R^+} \Lambda_{imrt} \leq E_{itm} \quad \forall i \in I^M, t \in T, m \in M \quad (35)$$

4 El procedimiento de dos etapas

La adquisición de materias primas, su transformación en productos, el posterior envío de productos a los clientes y el recupero de reciclables requiere de la coordinación de todas las actividades logísticas (extracción, producción, reciclado y transporte) en la cadena de suministro. Al analizar la estructura del problema, se puede observar que la formulación ha sido construida considerando a las rutas sin tener en cuenta las decisiones de secuenciamiento de visitas a los nodos que han sido asignados a las mismas. Esta estructura se desarrolló con el objetivo deliberado de desacoplar a dichas decisiones de las decisiones restantes del problema. Su diseño permite llevar a cabo un procedimiento que primero genera los conjuntos de rutas de recogida de materias primas y de rutas de entrega y recupero en función de la distancia entre ubicaciones. A posteriori, estos conjuntos de rutas junto con las demandas de productos y disponibilidad de reciclables en los clientes se toman como datos de entrada para el modelo MILP descrito en la sección previa. Su resolución permite determinar las operaciones de adquisición, producción, recupero e inventariado.

A medida que aumenta el número de fuentes de materias primas, fábricas y clientes, el número de rutas alternativas explota de forma combinatoria por lo que es computacionalmente imposible enumerar explícitamente a todas las rutas factibles. Dado que

la selección de rutas es un factor crítico que influye en los costos de distribución e inventario, se necesita un método eficaz de generación de rutas que pueda calcular un conjunto limitado de rutas candidatas en poco tiempo computacional. En este trabajo se optó por el procedimiento de GC, pero también se puede utilizar cualquier otra técnica. En la Fig. 2 se ilustra el enfoque de solución. Por cuestiones de espacio se omite la descripción del procedimiento de generación de columnas y referimos a la literatura al respecto (Lübbecke y Desrosiers, 2005).



Fig. 2. Procedimiento algorítmico en dos etapas.

5 Resultados numéricos

El procedimiento de solución se evaluó resolviendo instancias adaptadas del caso de estudio presentado en Cóccola et al. (2022) a las que se le incorporó la información necesaria para considerar el recupero de reciclables. La solución obtenida se compara con la del estudio anterior que carecía de gestión de reciclaje. A su vez, se plantean dos variaciones relacionadas con el horizonte de planificación (una y dos semanas). Se considera que la empresa gestiona sus actividades según la metodología de inventario administrado por el proveedor en función de las demandas de productos pronosticadas semanalmente. La propuesta de este trabajo, busca extender la estrategia sumando la optimización y gestión de reciclados. La compañía analizada opera con 3 plantas de producción, donde fabrican 8 productos a partir de una combinación de 3 materias primas disponibles en diversas localidades, utilizando la capacidad de producción de las plantas y satisfaciendo la demanda de los clientes, con la posibilidad de recuperar 2 tipos de reciclables. En la Tabla 1 se muestran los valores límites de los productos considerados.

Tabla 1. Inventario, producción y demanda del caso de estudio y caso anterior.

Productos	Stock mínimo promedio diario	Stock máximo promedio diario	Producción mínima promedio diaria	Producción máxima promedio diario	Demanda promedio diaria
k ₁	21	500	18	125	19
k ₂	21	417	18	100	17
k ₃	7	100	5	50	9
k ₄	12	250	5	58	5
k ₅	10	250	5	58	4
k ₆	7	83	5	25	3
k ₇	7	83	5	25	2
k ₈	7	67	5	25	2

La formulación se implementó en GAMS 35.2.0 y se resolvió con CPLEX 20.1 en una computadora personal, con procesador Intel Core i7-11700 2,50 GHz y 32 GB de memoria RAM, para una tolerancia de brecha del 10 %. Los resultados óptimos de problema de programación lineal se obtienen en 120 segundos de tiempo de CPU. Para el caso considerado, el modelo involucra 145540 variables continuas, 2016 variables discretas y 27717 restricciones. Cabe aclarar, que la solución óptima del modelo MILP no representa la solución óptima del modelo completo, debido que las rutas de entrada al modelo se generan previamente mediante GC.

Resultados

La Tabla 2 presenta las características de los escenarios considerados en esta sección. Los escenarios E_{1.1} y E_{1.2} no incluyen la recolección y la fabricación con materiales recuperados, a diferencia de los escenarios restantes (E_{2.1} y E_{2.2}) donde se tiene en cuenta esta consideración. Es importante destacar que en todos los escenarios se utilizaron los mismos conjuntos de rutas candidatas, las cuales se obtuvieron mediante el procedimiento de generación de columnas. De esta forma, en los diferentes escenarios se tuvieron en cuando 46 rutas de recolección de materias primas (R^+) y 21 rutas de entrega de productos y recupero de reciclables (R^-). Por otra parte, los escenarios E_{1.1} y E_{2.1} se evalúan en 7 períodos, mientras que en los escenarios E_{1.2} y E_{2.2} el análisis se realiza con 14 períodos.

Tabla 2. Características principales de los escenarios planteados.

	R^+	R^-	I^M	I^F	I^C	M	K	L	T
E _{1.1}	46	21	10	3	6	3	8	0	7
E _{1.2}	46	21	10	3	6	3	8	0	14
E _{2.1}	46	21	10	3	6	3	8	2	7
E _{2.2}	46	21	10	3	6	3	8	2	14

Los resultados obtenidos se pueden apreciar en la Tabla 3. En la misma se visualiza que en la solución alcanzada para el escenario E_{2.1} se utilizan solamente 7 de las 46 rutas de recolección de materias primas disponibles y 9 de las 21 rutas de entrega de productos y recupero de reciclables seleccionables. Además, se destaca que, para ese mismo escenario, las 3 materias primas requeridas proceden solamente de 5 de las 10 fuentes disponibles, mientras se consideran activas todas las plantas donde se fabrican los 8 productos especificados. Por otra parte, se puede observar que se envían productos a los 6 clientes y que se recolectan los 2 tipos de reciclables especificados. Considerando la estructura física de la cadena de suministro obtenida para los diferentes escenarios, las fuentes de materia prima son las que presentan mayores diferencias.

Tabla 3. Resultados para los escenarios planteados.

	R^+	R^-	I^M	I^F	I^C	M	K	L
E _{1.1}	11	11	7	3	6	3	8	0
E _{1.2}	15	14	8	3	6	3	8	0
E _{2.1}	7	9	5	3	6	3	8	2
E _{2.2}	10	18	7	3	6	3	8	2

En las Fig. 3, 4 y 5 se exhiben los valores de costos, ingresos y función objetivo de cada escenario. Los principales costos se atribuyen a la adquisición de materia prima y a la producción. Cuando se procesan los reciclados se produce una disminución de los costos de adquisición del 27,93 % para un horizonte de 7 períodos y del 37,37 % para el horizonte de 14 períodos de tiempo. Por otra parte, los ingresos, muestran una variación mínima cuando los escenarios consideran los mismos períodos de panificación (7 o 14 períodos) debido a la venta de cantidades similares. Específicamente, los ingresos del escenario E_{2.1} difieren en un 0,12 % en comparación con los ingresos del E_{1.1}, mientras que los ingresos del E_{1.2} muestran una variación del 0,24 % respecto a los ingresos del E_{2.2}.



Fig. 3. Costos.

La función objetivo se incrementa en los escenarios E_{2.1} y E_{2.2} debido a la reducción de costos de adquisición de materia prima mediante la incorporación de reciclados. De esta manera, se verifica que es más rentable contemplar la recolección y el procesamiento de reciclados ya que se aprovechan las rutas de entrega de productos para la recolección de materiales recuperados evitando incurrir en costos adicionales de ruteo y reduciendo la necesidad de adquirir materias primas.

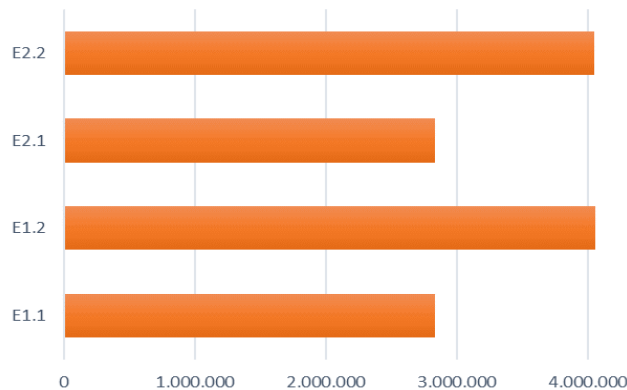


Fig. 4. Ingresos.

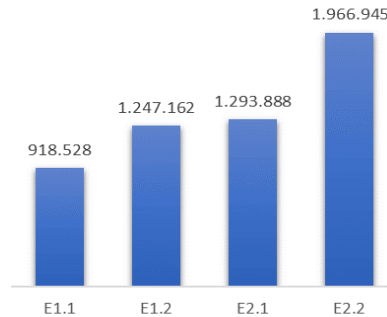


Fig. 5. Función objetivo.

6 Conclusiones y futuros desarrollos

En este trabajo se estudia el problema de optimización de flujos directos e inversos en una cadena de suministro lineal mediante un algoritmo de 2 etapas. En la primera etapa del algoritmo propuesto se emplea el método de GC para obtener rutas que son luego utilizadas en una formulación MILP de la segunda etapa. Dicha formulación busca maximizar el beneficio de la compañía optimizando los flujos de materias primas, productos y materiales reciclados, así como las decisiones relacionadas con la producción, adquisición, reciclado e inventario. El modelo ha sido evaluado en diversos escenarios, y se ha observado que en poco tiempo de CPU se pueden obtener soluciones óptimas para el problema MILP. Se destaca la ventaja económica de integrar la recolección de materiales reciclados y su posterior uso. Por ejemplo, en el escenario E_{2.2} se logra un incremento en el beneficio al aprovechar los viajes de entrega de productos para la recolección de residuos. Estos resultados subrayan las ventajas de utilizar un enfoque integral para la toma de decisiones en la gestión de la cadena de suministro, ya que permite considerar tanto los flujos directos como los inversos.

Los contenidos presentados constituyen un primer paso en el modelado y en el desarrollo de algoritmos para la optimización de todas las operaciones logísticas de una CLSC, así como la optimización de los flujos e inventarios de los materiales que se desplazan en la misma. Los próximos pasos involucran la agrupación de conjuntos a fin de simplificar la formulación y su generalización a otro tipo de CLSC. También, se espera trabajar para lograr que el enfoque algorítmico de dos etapas desarrollado evolucione hacia una metodología exacta de tipo *branch-and-price*.

Referencias

1. Lübbecke, M.E., Desrosiers, J.: Selected Topics in Column Generation. *Operations Research* 53(6), 1007-1023 (2005)
2. Zakaria, C., Trabelsi, W., Sauer, N., Majdouline, I.: The Integrated Production-Inventory-Routing Problem with Reverse Logistics and Remanufacturing: A Two-Phase Decomposition Heuristic. *Sustainability* 14, 13563 (2022)
3. Cóccola, M.E., Basán, N., Méndez, C.A., Dondo, R.G.: Optimization of resource flows across the whole supply chain. Application to a case study in the dairy industry. *Computers & Chemical Engineering* 158, 107632 (2022)